

Université Paul Sabatier
Licence STS – Parcours PC
Physique – L1

Thèmes 1 et 2 – Constantes fondamentales de la physique,
analyse dimensionnelle et incertitudes
2009–2010, durée : 6 h

Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras

A – Question de cours

A-1 : Système international d'unités

Quelles sont les grandeurs fondamentales du système international (SI) et leurs unités ? Exprimer la dimension d'une force en fonction de celles des grandeurs du système SI. Écrire deux relations physiques différentes permettant de retrouver cette expression.

A-2 : Dimensions de quantités usuelles

Exprimer les dimensions d'une énergie, d'une puissance, d'une quantité de mouvement, d'une charge, de la capacité d'un condensateur, de l'inductance d'une bobine en fonction de celles des grandeurs fondamentales du système SI. On écrira à chaque fois la relation permettant d'établir ces expressions.

A-3 : Ordres de grandeur dans un atome

Comparer les valeurs des normes de la force électrostatique et de la force gravitationnelle qui s'exercent entre le proton et l'électron, distants de 52,9 pm, dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène. Commenter.

B – Exercices et problèmes

1-1. Ordres de grandeur

Calculer les ordres de grandeur de la masse volumique de la Terre, du Soleil, de l'atome d'hydrogène et de son noyau. On donne :

$$M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \quad R_T = 6\,400 \text{ km} \quad M_S = 2 \times 10^{30} \text{ kg} \quad R_S = 0,7 \times 10^6 \text{ km}$$

On prendra comme rayon de l'atome d'hydrogène $a_0 = 52,9 \text{ pm}$ et comme rayon du proton 1 fm (femtomètre ou Fermi, 1 fm = 10^{-15} m). On adoptera dans tous les cas étudiés le modèle d'une sphère homogène.

1-2. Électrons accélérés par une grille conductrice

Des électrons, dont la vitesse initiale est négligeable, sont attirés horizontalement par une grille conductrice. Il y a une différence de potentiel de 100 V entre la grille et le réservoir d'électrons. Une différence de potentiel électrique V entre deux points correspond pour une particule de charge q à une différence d'énergie potentielle $E_p = qV$.

1. Comment peut-on estimer l'énergie cinétique des électrons arrivant sur la grille ? Exprimer le résultat en Joules.
2. En déduire la vitesse des électrons à leur arrivée sur la grille. Supposons que ceux-ci traversent la grille et effectuent ensuite un parcours d'une distance de 10 cm avec cette vitesse. Quelle serait alors la vitesse verticale acquise dans ce parcours par les électrons à cause du champ de pesanteur terrestre, sachant que $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

1-3. Relation entre la vitesse de vol horizontal et la masse des oiseaux

Le vol horizontal d'un oiseau, à vitesse constante v , s'effectue grâce à la compensation de la force de pesanteur par la portance, c'est-à-dire la composante verticale de la force qu'exerce l'air sur l'oiseau. Cette portance a pour expression $C_y \rho_a v^2 S / 2$, dans laquelle ρ_a est la masse volumique de l'air et S la surface que présente l'oiseau à l'air au cours du mouvement.

1. Quelle est la dimension physique de C_y ? Quelle est celle de $Re = \rho_a v L / \eta$, sachant que L est une longueur caractéristique de l'oiseau et η la viscosité de l'air qui vaut $1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$. Calculer Re dans le cas où $v = 20 \text{ m.s}^{-1}$ et $L = 20 \text{ cm}$, sachant que $\rho_a = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$.
2. Montrer que cette vitesse varie avec la masse M de l'oiseau comme $M^{1/6}$. Commenter.

1-4. Calculs d'incertitude

1. Une bille est lâchée en chute libre, sans vitesse initiale, dans le champ de pesanteur terrestre ($g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$). Son mouvement est chronométré à l'aide d'un appareil précis au dixième de seconde. Quelles seraient les incertitudes, absolue et relative sur la position de la bille aux instants $t = 3 \text{ s}$ puis $t = 5 \text{ s}$, où t est la durée de la chute ?
2. Calculer le poids d'une goutte d'eau sphérique de rayon $r = 5 \text{ mm}$ (la masse volumique de l'eau est $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ et $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$). Quelle est l'incertitude sur le poids de la goutte si le rayon est connu à 10^{-1} mm près ?
3. Avec quelle incertitude connaît-on le périmètre et l'aire d'un terrain rectangulaire qui a pour longueur 200 m et pour largeur 150 m si l'appareil de mesure utilisé est précis au dixième de mètre ?

1-5. Saut à la perche

Le record du monde du saut à la perche, établi par l'ukrainien Sergei Bubka en 1994, est de 6,14 m.

1. À l'aide d'un raisonnement mécanique simple, s'appuyant sur la conservation de l'énergie mécanique, établir une expression simplifiée de la hauteur h atteinte en fonction de la vitesse v_0 avant le saut et la valeur g du champ de pesanteur terrestre. Quel est le rôle de la perche ?
2. Sachant que $v_0 = 9 \text{ m.s}^{-1}$ et $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, calculer h . Comparer la valeur obtenue à celle du record. Commenter.

1-6. Saut en longueur

Le record du monde au saut en longueur, établi par l'américain Mike Powell en 1991, est de 8,95 m. On se propose de retrouver cet ordre de grandeur. Pour cela on considère le mouvement d'un point matériel, sous la seule action du champ de pesanteur g , avec une vitesse initiale v_0 faisant l'angle α_0 avec le plan horizontal.

1. On s'attend à ce que l'amplitude L du saut en longueur dépende de v_0 , g et α_0 . Proposer une expression pour L en vous basant sur une simple analyse dimensionnelle. Commenter.
2. Établir les équations donnant les coordonnées du point dans le plan vertical xOy au cours du temps. La position du point matériel, à l'instant initial, est prise comme origine O des coordonnées.
3. En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire. Exprimer, en fonction de v_0 , α_0 et g , l'amplitude L du saut en longueur.
4. Montrer que L atteint une valeur maximale L_m pour $\alpha_0 = \pi/4$. Calculer L_m lorsque $v_0 = 9,5 \text{ m.s}^{-1}$. Comparer avec le record mondial et commenter.
5. Supposons que la vitesse de l'athlète soit réduite de 10 %. Comment cela affecte-t-il l'amplitude du saut ?

1-7. Étalon de masse

L'étalon de masse 1 kg est un cylindre, en platine iridiée (alliage de platine et d'iridium respectivement 90 %–10 %), de masse volumique $\rho = 21\,500 \text{ kg.m}^{-3}$, de diamètre D et de hauteur h .

1. Établir la condition reliant D et h pour laquelle la surface S de l'étalon est minimale. Pour cela, on exprimera S en fonction de D et on annulera la dérivée de la fonction $S(D)$. En déduire les valeurs de D , h , S ainsi que le volume V .
2. Quelle doit être la variation relative de h ou D pour que la masse varie de $\Delta m = 1 \text{ mg}$?

1-8. Influence de la poussée d'Archimède sur l'étalon de masse

Les étalons de masse sont utilisés dans l'air et non dans le vide, d'où la nécessité de prendre en compte la poussée d'Archimède.

1. Comment s'exprime la poussée d'Archimède sur l'étalon ? Cette force contribue-t-elle à augmenter ou à diminuer la force de pesanteur ? Calculer sa valeur dans le cas d'un étalon, de volume $46,51 \text{ cm}^3$, plongé dans l'air sec (gaz parfait) : masse molaire $M = 28,9 \text{ g.mol}^{-1}$, température $T_0 = 293 \text{ K}$ et pression $p_0 = 1\,013 \text{ hPa}$. On donne l'intensité du champ de pesanteur terrestre $g = 9,809 \text{ m.s}^{-2}$.
2. En déduire l'influence de la poussée d'Archimède sur la masse estimée de l'étalon. Application numérique dans le cas d'un étalon en platine iridiée. Commenter.

1-9. Systèmes d'unités atomiques

En physique atomique (étude du mouvement des électrons dans un atome), il est commode d'utiliser un système différent du système SI. On choisit comme grandeurs fondamentales :

- la masse (dimension [M]), dont l'unité est choisie égale à la masse de l'électron m_e ;
 - la charge (dimension [Q]), dont l'unité est choisie égale à la charge élémentaire e ;
 - l'action (dimension [A]), dont l'unité est choisie égale à la constante de Planck divisée par 2π , notée \hbar ;
 - la permittivité diélectrique (dimension [P]), dont l'unité est choisie égale à $4\pi\epsilon_0$.
1. Exprimer les dimensions de chacune de ces grandeurs en fonction de celles des grandeurs fondamentales du système SI.
 2. En déduire les dimensions des grandeurs fondamentales du système SI en fonction de celles de ce système.
 3. Calculer les valeurs en unités SI des unités atomiques de longueur, de vitesse, d'énergie et de tension.
 4. Qu'en déduisez-vous sur les ordres de grandeurs de la taille de l'atome d'hydrogène, de la vitesse des électrons dans cet atome, ainsi que de son énergie d'ionisation (en Joule et électron-volts) ?

1-10. Vitesse caractéristique d'un objet dans l'environnement terrestre

Pour un objet en mouvement dans l'environnement gravitationnel de la Terre, les paramètres pertinents sont, en dehors de la constante de gravitation G , la masse M_T de la Terre et la distance r qui sépare l'objet du centre de la Terre.

1. Pourquoi la masse de l'objet n'apparaît-elle pas dans la liste des paramètres pertinents ?
2. À l'aide d'une équation aux dimensions, trouver une vitesse caractéristique du mouvement dans l'environnement gravitationnel de la Terre. En vous aidant de la loi fondamentale de la dynamique, donner une signification précise à cette vitesse. Application numérique pour un objet situé à une altitude de 800 km. On donne la masse et le rayon de la Terre :

$$M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg} \quad \text{et} \quad R_T = 6\,400 \text{ km.}$$

Constantes fondamentales de la physique

$G = 6,674\,28(67) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, constante de gravitation,

$c = 2,997\,924\,58 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, vitesse de la lumière dans le vide (valeur exacte),

$h = 6,626\,068\,96(33) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, constante de Planck,

$\hbar = 1,054\,571\,628(53) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ constante de Planck divisée par 2π ,

$e = 1,602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$, charge élémentaire (charge de l'électron : $-e$),

$m_e = 0,910\,938\,215(45) \times 10^{-30} \text{ kg}$, masse de l'électron,

$m_e c^2 = 0,510\,998\,910(13) \text{ MeV}$ ($\approx 0,511 \text{ MeV}$),

$m_p = 1,672\,621\,637(83) \times 10^{-27} \text{ kg}$, masse du proton,

$m_p c^2 = 938,272\,013(23) \text{ MeV}$,

$k_B = 1,380\,650\,4(24) \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, constante de Boltzmann,

$N_A = 6,022\,141\,79(30) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, nombre d'Avogadro,

$R = N_A k_B = 8,314\,472(15) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, constante des gaz parfaits,

$F = N_A e = 96\,485,339\,9(24) \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$, le Faraday,

$\varepsilon_0 = 8,854\,187\,817 \dots \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ constante de la loi de Coulomb (valeur pouvant être obtenue avec une précision arbitraire par la formule $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ perméabilité du vide (valeur exacte)

$q_e^2 \equiv e^2 / (4\pi \varepsilon_0) = 230,707\,712\,8 \times 10^{-30} \text{ SI}$

$r_e = q_e^2 / (m_e c^2) = 2,817\,940\,2894(58) \times 10^{-15} \text{ m}$, rayon classique de l'électron ($r_e \approx 2,8 \text{ fm}$)

$\alpha = q_e^2 / (\hbar c) = 7,297\,352\,5376(50) \approx 1/137,036$, constante de structure fine,

$\Phi_0 = h / (2e) = 2,067\,833\,667(52) \times 10^{-15} \text{ Wb}$ quantum de flux magnétique,

$R_K = h / e^2 = 25\,812,807\,557(18) \Omega$, constante de von Klitzing,

$\mu_B = e\hbar / (2m_e) = 927,400\,915(23) \times 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$, magnéton de Bohr,

$\mu_N = e\hbar / (2m_p) = 5,050\,783\,24(13) \times 10^{-27} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$ magnéton nucléaire.